

2020 Novembro

Problema 8:

Resolução

A resolução deste problema é uma aplicação direta, e simples, do Teorema de Bayes. Trata-se de calcular a probabilidade de se verificar uma hipótese tendo sido observada uma ocorrência.

Um problema do tipo: “Foi registado um tweet que sugeria que as pessoas se embebedassem com whisky para afogar o corona vírus. Qual a probabilidade de ter sido escrito pelo grande Presidente Trump?”.

Estes problemas são conhecidos por problemas de probabilidades “à posteriori”. O Teorema permite reduzir o cálculo destas probabilidades ao cálculo de probabilidades “à priori” e de “verosimilhanças”¹ que são conhecidas.

Designemos então por P o acontecimento “o teste dar positivo” e por I o acontecimento “uma pessoa estar infectada”.

Queremos calcular a probabilidade de I tendo-se verificado P , probabilidade que se escreve: $P(I|P)$

Aplicando o Teorema de Bayes temos:

$$P(I|P) = \frac{P(I) \times P(P|I)}{P(I) \times P(P|I) + P(\bar{I}) \times P(P|\bar{I})}$$

onde \bar{I} é o acontecimento “uma pessoa não estar infectada”.

Agora é só recorrer ao enunciado para obter as probabilidades do segundo membro:

$$P(I) = 0,007 \quad P(\bar{I}) = 1 - 0,007 \quad P(P|I) = 0,99 \quad P(P|\bar{I}) = 1 - 0,99$$

...e substituir.

Se fizer as contas obtém o valor aproximado de 0,41, ou seja, com este teste, aparentemente fiável, há uma probabilidade de cerca de 0,59 de uma pessoa com teste positivo não estar infectada! Mais de metade das pessoas com teste positivo não estará infectada, daí a necessidade de testes adicionais de confirmação! Repare que este valor é inferior ao que obtivemos para Abril (ver [aqui](#)) quando a taxa de infetados era de 1 em 1000. Naturalmente decresce com o número de infetados e seria zero se toda a população estivesse infetada ... e claro 1 se não houvesse infetados.

Curiosidade:

O Teorema de Bayes está na raiz de uma das técnicas usadas em Aprendizagem Automática (Machine Learning) para usar os computadores para produzir conhecimento. Os seus promotores, os célebres Bayesianos, baseiam-se na ideia de que todo o conhecimento é incerto e por isso o que há a fazer é ir corrigindo as probabilidades das hipóteses à medida que evidências vão estando disponíveis.

Os carros autónomos têm conhecimento bayesiano incorporado nos seus cérebros. Caso tenha interesse pode ver mais aqui: <https://www.youtube.com/watch?v=B8J4uefCOMc>

¹ Probabilidade da evidência se a hipótese for verdadeira, no nosso caso a probabilidade de o teste dar positivo se a pessoa estiver infetada.